

文章编号: 1000-8055(2010)07-1670-06

含误差的齿面接触分析初始点确定算法

唐进元, 雷国伟

(中南大学 机电工程学院

现代复杂装备设计与极端制造教育部重点实验室, 长沙 410083)

摘 要: 研究含误差的螺旋锥齿轮齿面接触分析中初值的选择与确定问题, 基于几何等量关系, 计算出离初始啮合点 P 较近的一点 P' , 计算 P' 的过程不涉及两个齿面在安装坐标系下的旋转等操作, 相比直接计算 P 所求解的方程简单, 然后用迭代法计算出初始啮合点 P 。计算实例表明新方法对于迭代初值的敏感性下降, 对迭代初值要求降低, 提高了误差齿面接触分析 (ETCA) 的计算稳定性与效率, 该方法使得 ETCA 的算法更加的实用、计算中初值的选取更加简单。

关 键 词: 齿面接触分析; 初始点; 螺旋锥齿轮; 迭代法; 误差

中图分类号: TH 132.4

文献标识码: A

Algorithm for determination of the initial point in error tooth contact analysis

TANG Jin yuan, LEI Guo wei

(Key Laboratory of Modern Complex Equipment Design and Manufacturing,
Ministry of Education, School of Mechanical and Electrical Engineering,
Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: The initial selection and determination in error tooth contact analysis (ETCA) of spiral bevel gear were investigated. Based on the geometric equivalent relationship, the point P' which is closer to the initial mesh point P was calculated. The process of calculating P' wasn't involved with the rotating operation of two tooth surface equations in the installation coordinate system; as compared to the equation of directly solving point P , the new algorithm was simple, then iterative method was used to calculate the initial mesh point P . The calculation examples show that the new algorithm can reduce the sensitivity of the initial value, and improve the stability and efficiency of ETCA, thus making the algorithm of ETCA more suitable and the selection of initial value more simpler.

Key words: tooth contact analysis; initial point; spiral bevel gear; iteration; error

含误差的螺旋锥齿轮齿面接触分析是传统齿面接触分析的一种发展, 由于考虑了机床的运动误差与安装时的误差, 使得转换矩阵更加复杂, 最终导致其齿面方程与啮合方程更为复杂^[1-4]。齿面接触分析 (TCA) 与误差齿面接触分析 (ETCA) 数值分析与求解算法都使用迭代法, 迭代法对初值

选择十分敏感, 所以齿面接触分析和含误差的齿面接触分析中初始点的选取十分重要。

齿面接触分析是螺旋锥齿轮设计的重要方法和手段。实际齿面的生成与机床运动轴运动几何误差是相关的, 传统的 TCA 不包含机床各轴的运动误差, 为了更好使计算机得出的 TCA 结果

收稿日期: 2009-12-28; 修订日期: 2010-03-28

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (2005CB724100); 中南大学研究生学位论文创新基金 (2009ssxt049)

作者简介: 唐进元 (1962-), 男, 湖南永州人, 教授, 主要研究方向为螺旋锥齿轮数字制造。E-mail: jytangcsu@163.com

符合实际的滚齿结果, 考虑齿轮机床的几何运动误差以及安装误差是十分必要的. 文献[2, 4]研究包含齿轮副安装误差的分析模型, 研究了包含齿面误差的 TCA 算法, 并提出了 ETCA 算法^[3], 分析了调整参数误差对齿面接触的影响、进行了安装误差容差性的研究^[1, 3-4], 由于误差的引入使得计算模型变得复杂, ETCA 与 TCA 数值计算使用的都是迭代法^[5-6], 快速准确的选择迭代的初始值是计算成败的重要因素, 这方面的可见文献不多, 国外学者 Litvin 等对此进行了研究^[7], 其主要是在齿面上构建一组离散的网格数据点, 然后根据离散数据去估计满足初始啮合条件的未知参数值, 然后进行迭代求解, 国内学者也采用了类似的方法^[8]. 这一方法没有脱离人为估计参数的范畴, 仅仅是确定了一个估计参数的范围. 本文将给出 ETCA 初始点确定的一种新方法, 使 ETCA 迭代算法的初始值的给定更加合理、计算效率更加高.

1 含误差齿面接触分析初始点选择

为把含误差齿面接触分析的初始点选择原理与方法表达清楚, 本节前两小节基于文献[1-4], 对含误差的齿面方程建立算法、含误差齿面接触分析算法进行归纳表述.

1.1 含误差的齿面方程建立算法

利用多体动力学系统理论对复杂的机械系统进行建模, 已经在三轴、五轴加工中心的误差补偿中得到了广泛的、成功的应用^[9-10]. 本文五轴联动螺旋锥齿轮磨齿机床为研究对象, 利用多体动力学系统误差建模理论建立该机床几何误差模型. 根据多体系统几何误差分析模型, 建立五轴联动螺旋锥齿轮磨齿机几何误差模型, 基于几何误差模型, 可由坐标变换矩阵构建含有误差的齿面. 其具体的建立过程参考文献[10-11]有详细描述, 这里不再赘述.

根据上述理论, 以一套准双曲线锥齿轮小轮刀倾(HFT)加工方法的齿轮为例, 建立小轮多体系统加工误差模型. 刀具旋转, 则刀刃形成圆锥面, 内外刀刃同时对应两个圆锥面, 以刀具旋转中心为原点建立坐标系 $S_c(x_c, y_c, z_c)$, 以机床中心为原点建立坐标系 $S_0(x_0, y_0, z_0)$, 以轮坯旋转中心为原点建立坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$. 则刀盘中间切削点 M 处的齿面方程为 R_c , 法矢为 N_c , 切矢为 T_c .

在刀具分支中, 切削面方程 R_c 相对于惯性系 G 的表达式为

$$R_{cG} = M_{cg} \times R_c \tag{1}$$

$$N_{cG} = M_{cg} \times N_c \tag{2}$$

$$T_{cG} = M_{cg} \times T_c \tag{3}$$

其中 M_{cg} 为切剖面刀惯性坐标系的转换矩阵, M_{gb} 为惯性坐标系到轮坯坐标系的转换矩阵. 则含有误差的齿轮面方程为

$$R_s = M_{gb} \times R_{cG} \tag{4}$$

$$N_s = M_{gb} \times N_{cG} \tag{5}$$

$$T_s = M_{gb} \times T_{cG} \tag{6}$$

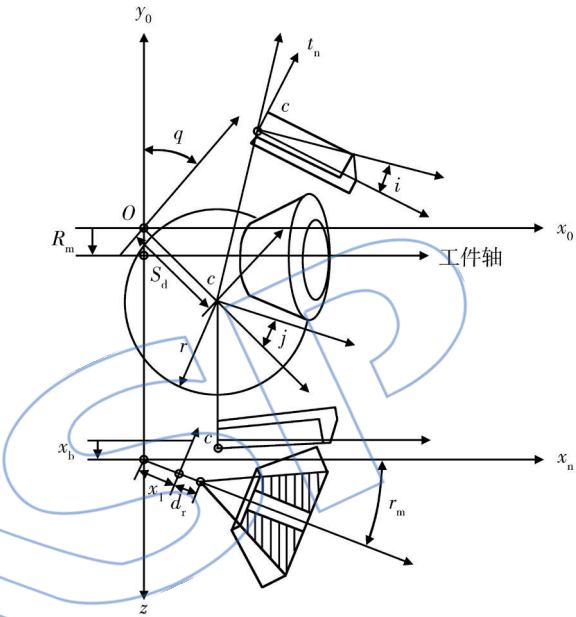


图 1 小轮加工示意图
Fig. 1 Diagram of pinion processing

根据文献[5, 9]以及啮合原理即可求出大小轮含有加工误差的齿面方程, 小轮的加工过程中, 应满足啮合原理 $N \cdot V = 0$ 可求出齿面参数即

$$s^1 = s^1(\Delta q^1, \theta_1) \tag{7}$$

式(7)代入齿面方程, 可以化简齿面方程, 减少方程中位置参数的个数.

同理, 建立大轮齿面方程, 因为大轮使用成形法加工^[6], 其齿面方程比较简单, 参数方程的参数只有 s_2 和 θ_2 .

$$R_b = R_b(\theta_2, s_2) \tag{8}$$

得到大小轮对应的齿面、法线、切线方程 $R_b, N_b, T_b, R_s, N_s, T_s$ 变为 $s_2, \theta_2, \Delta q^1, \theta_1$ 的函数.

1.2 含误差齿面接触分析

把加工好的大小齿轮按照设计要求装配在一起, 即按照设计的轴交角 Σ 、安装距 E , 以及 V/H 值进行安装检验. H 是小轮安装距改变量, J 是大轮的安装距改变量, V 是小轮偏置距的改变量.

考虑齿轮安装误差,如图 2 所示。

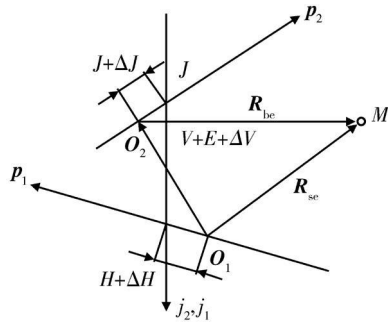


图 2 齿轮安装示意图
Fig. 2 Diagram of gear installation

设在此安装条件下, 当大轮绕 p_2 轴旋转 η_2 角, 小轮绕 p_1 轴旋转 η_1 角, 大轮上的 M 点就会和小轮上的 M 点共轭接触。由回转矢量的变换公式^[12], 得到在接触位置小轮和大轮的齿面方程、法矢和切矢 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{T}_1$ 。根据齿面啮合原理^[6] $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2$ 应满足

$$\begin{cases} \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 = 0 \\ (\mathbf{N}_1 \times \mathbf{T}_1) \cdot \mathbf{T}_2 = 0 \\ \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{N}_2 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

根据公式 (9), 可以得到求出 η_2 和 η_1 。从而 $\mathbf{R}_1, \mathbf{N}_1, \mathbf{T}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{N}_2, \mathbf{T}_2$ 变为 $s_2, \theta_2, \Delta q_1, \theta_1$ 的函数。

接触点的理论传动比为

$$i(t) = \frac{(\mathbf{p}_2, \mathbf{R}_2, \mathbf{N}_2)}{(\mathbf{p}_1, \mathbf{R}_1, \mathbf{N}_1)} = \frac{(\mathbf{p}_2, \mathbf{R}_b, \mathbf{N}_b)}{(\mathbf{p}_1, \mathbf{R}_s, \mathbf{N}_s)} \quad (10)$$

在给定的一组齿面参数 $s_2, \theta_2, \Delta q_1, \theta_1$ 之后, 可以求出接触位置的矢量 $\mathbf{R}_s$ 和 $\mathbf{R}_b$, 则两交叉点位置 $\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2$ 为

$$\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2 = \mathbf{R}_s - \mathbf{R}_b \quad (11)$$

另外设小轮的安装距改变量是 H , 大轮的安装距的改变是 J , 小轮的偏置距是 V , 则可得出 V 和 H 值的计算公式如下:

$$\begin{cases} H = - \frac{\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2, \mathbf{p}_2, \mathbf{j}}{\sin \Sigma} \\ V = - E + \mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2 \cdot \mathbf{j} \\ J = - \frac{\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{j}}{\sin \Sigma} \end{cases} \quad (12)$$

在后面的计算中, 需要使用 $H + \Delta H, V + \Delta V$ 和 $J + \Delta J$ 来代替 H, V 和 J , 从而使 ETCA 中考虑安装误差。

1.3 TCA 和 ETCA 的计算和初始点的选择

在 TCA 的计算中, 首先要在大轮的齿面上给定一点, 作为 TCA 的起始点。国外学者 Litvin 认为其齿面的初始点啮合点在齿面中点附近^[17],

国内学者认同这一理论。

Litvin 在文献[7]中, 讨论了初始点选择的方法, 其通过对齿面划分网格, 通过分别计算所有网格点对应处的矢量 $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \eta_1$ 和 η_2 等, 来计算齿面初始啮合点的值, 这种方法的计算量大效率低。

TCA 数值计算中, 一般取不改变大轮安装值情况下齿轮副的啮合轨迹通过的那一点来确定大轮初始点。在大轮给定一点, 确定这一点到大轮轴线的距离为半径 r_2 和这一点在大轮轴线上的投影点到交叉点的距离 L_2 , 使用迭代法就可以求出与之对应的大轮参数 s_2 和 θ_2 。式 (13) 中, r_{02} 和 L_{02} 是根据几何关系求出, 而 r_2 和 L_2 是根据齿面方程推导得出的^[6]。

$$\begin{cases} r_2 = r_{02} \\ L_2 = L_{02} \end{cases} \quad (13)$$

再用迭代法求取满足条件的小轮对应点的齿面参数 $\Delta q_1, \theta_1$ 。小轮参数应满足

$$\begin{cases} J = 0 \\ i(t) = \frac{z_2}{z_1} \end{cases} \quad (14)$$

得到一组数据 $\mathbf{A}_0(s_2, \theta_2, \Delta q_1, \theta_1)$, 然后改变 $s_2, \theta_2, \Delta q_1, \theta_1$ 中的任意一个, 代入啮合方程使用迭代法就可以求出一系列的点, 从而拟合出传递误差曲线和啮合轨迹。其计算流程如图 3 所示。

TCA 计算的初值都是人为给定的, 然后利用迭代法求出一组数据 $\mathbf{A}_0(s_2, \theta_2, \Delta q_1, \theta_1)$, 利用 $\mathbf{A}_0$ 进行求解。迭代法是否能够得到解同其所求方程的复杂程度有很大关系^[4, 13], 螺旋锥齿轮的齿面方程的显示表达式十分复杂, 以前只能使用微分方程来表示, 所以求解这一非线性方程, 初始点的选取十分重要。

在齿面接触分析的算法中, 需要确定两组初值, 就是如图 4 中开始部分的两个反求参数的流程, 分别需要人为给定大轮初始点的初值和小轮初始点初值, 分别满足式 (13) 和 (14)。

对 ETCA 来讲, 其初始点的选择比 TCA 的更加困难, 主要原因有以下几点:

- 1) ETCA 考虑了机床的运动误差, 计算齿面方程的转换矩阵更加复杂, 最终导致其齿面方程复杂;
- 2) ETCA 考虑了安装误差, 相比 TCA, 其初始点会发生偏移;
- 3) ETCA 因为考虑了众多的误差, 可能会导致其齿面啮合过程中出现齿面法矢并不相等, 而是近似相等的状况, 从而使数学求解上失败。

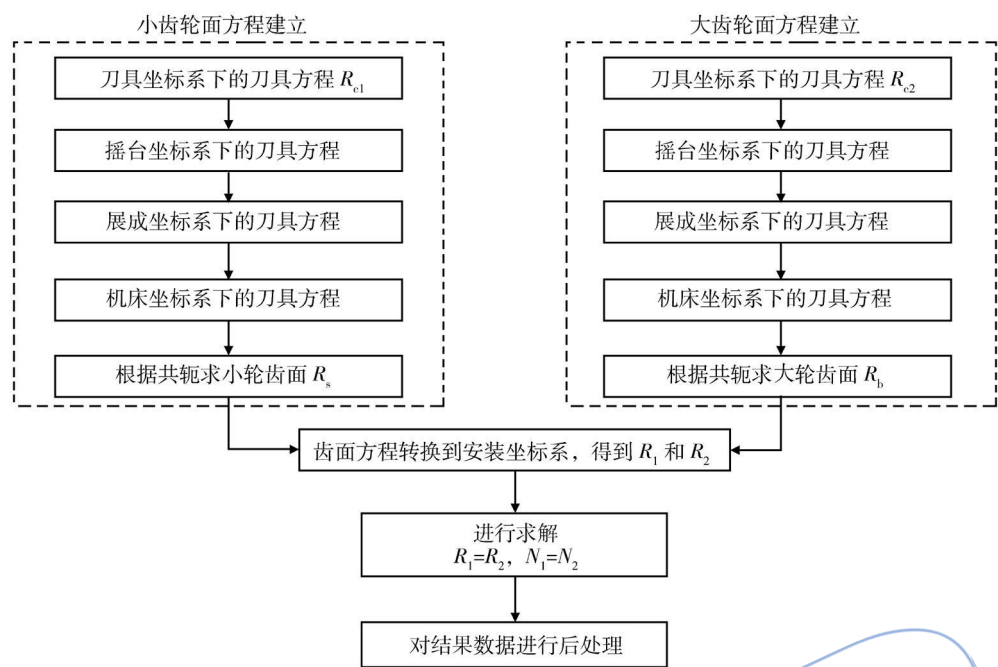


图 3 齿面接触分析流程图
Fig. 3 Flow chart of TCA

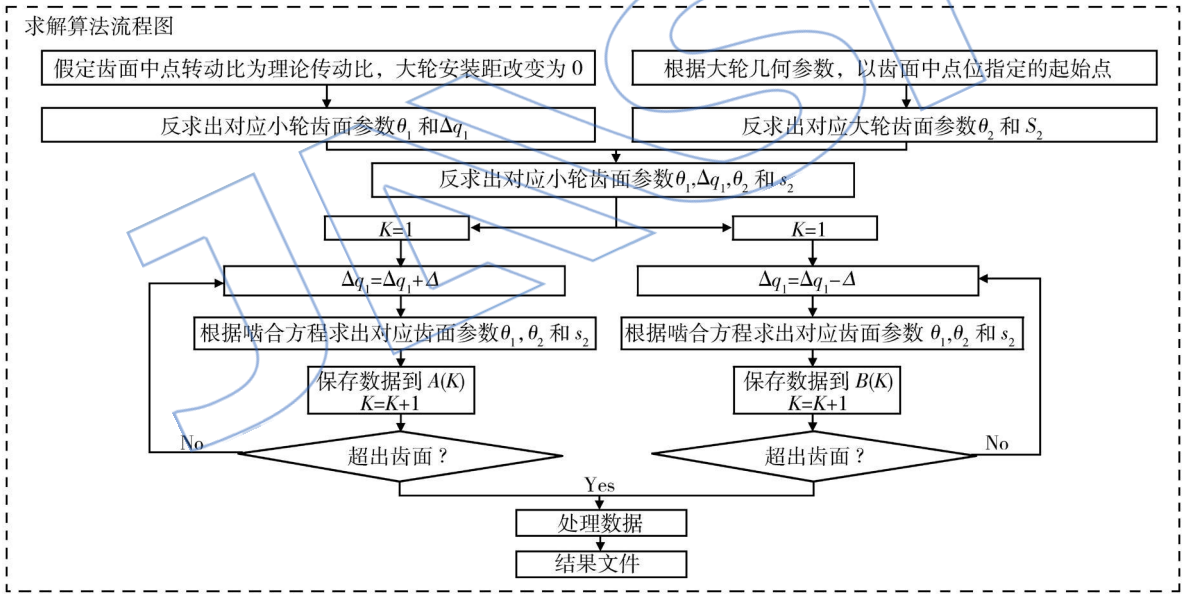


图 4 齿面接触分析数值求解流程图
Fig. 4 Solving flow chart of TCA

由于大轮初始点满足的是一个符合几何关系的表达式, 其解肯定存在, 所以使用迭代法可以很快求出, 其初值点给定比较容易; 而式(14), 由于涉及矢量旋转, 其表达式更加复杂, 且其是关于两个齿面的关系式, 所以其初值确定比较困难. 本文主要针对小轮初始点初值进行改进, 并提出一个新的计算方法.

1. 4 初始点的选择的新方法

螺旋锥齿轮的齿面接触分析中可以通过 V

和 H 的值来调整接触区的位置, 使接触区分别位于大轮齿面大端、中间和小端. 而齿面接触分析的计算中是通过初始点来确定 V 和 H 的值从而达到控制接触区的目的.

由于 V 和 H 的值一般很小, 这里假设 V 和 H 为 0. 对于大轮和小轮初始点 P_2 和 P_1 , 若其在齿面投影为 P , 则 P 点到轴交点的距离在 X 轴和 Z 轴的投影分别对应(参看图 5).

$$r_1 = L_2, \quad L_1 = r_2 \tag{15}$$

可以利用式(15)来求出小轮初始点 P_1 的位置. 由于 V 和 H 值很小, P_1 点距离满足公式(14)的点应该很接近. 所以可以利用几何关系来求出小轮初始点初值, 然后进一步求出满足啮合条件的初始点.

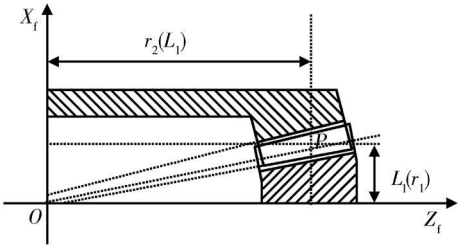


图 5 齿轮啮合点示意图
Fig. 5 Figure of gear meshing

根据前面分析, 本文的 TCA 与 ETCA 初始点选择的方法基于以下观点:

- 1) TCA 和 ETCA 中其 V 和 H 调整值比较小;
- 2) V 和 H 调整值小的时候, 其啮合过程中初始点在大小轮齿面上的投影近似满足关系式(15);
- 3) 在计算中, 利用几何方法计算出离初始啮合点 P 很近的一点 P' , 由于迭代法的特殊性, 可以很快地根据公式(14)计算得到 P ;
- 4) 计算 P' 的过程不涉及两个齿面在安装坐标系下的旋转等操作, 相比直接计算 P 更加简单, 所求解的方程也简单, 给计算带来方便.

2 计算分析

上节讨论了初始点选择的方法, 为了验证方法的实用性, 本文以准双曲线锥齿轮小轮刀倾法(HFT)加工调整卡为例, 通过对小轮初始点的计算, 来分析初始点新算法同原来算法的比较. 如表 1 和表 2 给出了机床加工齿轮的几何参数和机床调整参数.

为了验证本文提出方法的有效性, 本文利用大范围求解来验证算法的有效性. Δq_1 的值从 -1 到 4, 步长为 0.3; θ_1 的值从 1 到 4, 步长为 0.1. 由于新方法需要先利用几何关系求解所以其有两个步骤(即两个求解环节), 表 3 和表 4 是无误差和有误差(ETCA)的情况下的结果. 同时表中也给出了在定点(0,3)处计算时间.

通过表 3 和表 4 的结果, 可以看出, 本文方案的初始点求解对于原来的方法要好, 综合判断, 并研究大范围搜索后的数据可以得出以下结论:

- 1) 在本文的方法中, 只要步骤 1 能够得到正确解, 则步骤 2 就能求解, 使得 ETCA 中的求解

表 1 齿轮的几何参数
Table 1 Design data

参数	数值
齿数	6
轴交角/ (°)	90
中点螺旋角/ (°)	35
旋向	左旋
偏置距/ mm	35
外锥距/ mm	208.4
齿面宽/ mm	67.46
全齿高/ mm	16.98
顶隙/ mm	2.11
齿顶高/ mm	13.39
齿根高/ mm	3.59
节锥角/ (°)	10.083 33
根锥角/ (°)	9.633 33
面锥角/ (°)	15.716 667

表 2 小轮加工机床调整参数
Table 2 Pinion machine tool setting

参数	凹	凸
刀盘压力角/ (°)	20	25
刀盘中点直径/ mm	285.52	328.94
轮坯安装角/ (°)	- 2	- 3.983 33
刀盘安装偏心角/ (°)	81.9	102.133 33
刀盘安装摇台角/ (°)	112.12	104.933 33
刀转角/ (°)	- 115.65	- 126.116 67
刀倾转角/ (°)	46.55	53.516 667
水平轮位/ mm	- 7.98	9.76
床位/ mm	17.08	22.61
垂直轮位 E_2 / mm	29.12	42.62
滚比 R_2	6.339 12	7.267 21

表 3 TCA 的初始点计算统计结果
Table 3 Calculation results of ETCA initial point

结果	原来方案	改进方案	
		步骤 1	步骤 2
正确解	200	397	397
错误解	0	0	0
求解失败	49	0	9
迭代上限	278	130	121
点(0,3)处计算时间/ s	0.952	0.388	0.754

表 4 ETCA 的初始点计算统计结果

Table 4 Calculation results of ETCA initial point

结果	原来方案	改进方案	
		步骤 1	步骤 2
正确解	124	380	380
错误解	55	0	44
求解失败	101	0	57
迭代上限	247	147	46
点(0,3)处计算时间/s	1.715	0.699	1.367

初始点的难度降低,使复杂的问题简单化.

2) 本文方法对于迭代初值的敏感性下降,对迭代初值要求降低,减少了计算中的调试时间,可以为算法的封装和软件化提供方便,通过改变和设置迭代计算中的次数,可以获得更好的效果,使新方法对初值的敏感性进一步降低.

3) 计算时间方面,ETCA 的计算时间要比 TCA 长,本文方法中步骤 2 是根据公式(14)计算,该方法的计算时间比原来更短.

3 结 论

1) 给出了 TCA 和 ETCA 的基本流程,分析了现有 TCA 和 ETCA 算法中初值选择方法的不足.

2) 给出一种基于几何的 ETCA 算法中初值的确定方法,该算法可以快速计算出 TCA 和 ETCA 的迭代初值,减小了计算量.

3) 本文的初值选择方法适应性比原方法好,大大提高算法的计算效率.

4) 论文工作为 ETCA 初始点的选择提供了理论参考与指导,为实现面向装配误差、制造误差的螺旋锥齿轮数字化设计与制造提供了条件.

5) 对于加载的齿面接触分析(LTCA),受载变形齿面从偏离理论齿面的角度分析,可以看成是有误差的齿面,所以本文的初始点选择方法对 LTCA 初始点选择而言,原理上是适用的,在未来工作中将做进一步深入研究.

参考文献:

[1] 唐进元,卢延峰,周超.螺旋锥齿轮齿面接触分析改进算法研究[J].航空动力学报,2009,24(1):189-195.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Research on improved tooth contact analysis algorithm of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(1): 189-195. (in Chinese)

[2] 唐进元,卢延峰,周超.有误差的螺旋锥齿轮传动接触分析[J].机械工程学报,2008,44(7):16-23.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Error tooth contact analysis of the error spiral bevel gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 16-23. (in Chinese)

[3] 唐进元,卢延峰,周超.调整参数误差对齿面接触质量的影响[J].航空动力学报,2008,23(9):1718-1723.
TANG Jinyuan, LU Yanfeng, ZHOU Chao. Effect of machine tool adjustment parameter errors on spiral bevel gears tooth contact quality[J]. Journal of Aerospace Power 2008, 23(9): 1718-1723. (in Chinese)

[4] 唐进元,雷国伟,杜晋,等.螺旋锥齿轮安装误差敏感性与容差性研究[J].航空动力学报,2009,24(8):1878-1885.
TANG Jinyuan, LEI Guowei, DU Jin, et al. Research on alignment error sensitivity and tolerance limit analysis of spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1878-1885. (in Chinese)

[5] Litvin F L, Zhang Y. Local synthesis and tooth contact analysis of face milled spiral bevel gears [R]. NASA TM-105182 (AVSCOM TR-91-G 039), 1991.

[6] 曾韬.螺旋锥齿轮设计与加工[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989:237-259.

[7] Litvin F L, Sheveleva G I, Vecchiati D, et al. Modified approach for tooth contact analysis of gear drives and automatic determination of guess values [J]. Computer Methods, 2005, 194: 2927-2946.

[8] 李敬财,王太勇,何改云,等.齿面接触分析初始值自动求解算法实现[J].天津大学学报,2008,41(12):1401-1404.
LI Jingcai, WANG Taiyong, HE Gaiyun, et al. Method for automatic determination of guess values for tooth contact analysis of gear drives [J]. Journal of Tianjin University, 2008, 41(12): 1401-1404. (in Chinese)

[9] Srivastava A K, Veldhuis S C, Elbestawit M A. Modelling geometric and thermal errors in a five axis CNC machine tool [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1995, 35(9): 1321-1337.

[10] 张志飞.多轴数控机床热误差与几何误差建模及补偿技术的研究[D].天津:天津大学,2000.
ZHANG Zhifei. Study of multi-axis CNC machine thermal error geometry error modeling and compensation techniques [D]. Tianjin: Tianjin University, 2000. (in Chinese)

[11] 卢延峰.含误差的弧齿锥齿轮齿面接触分析研究[D].长沙:中南大学,2008.
LU Yanfeng. Study of spiral bevel gear tooth contact analysis with error [D]. Changsha: Central South University, 2008. (in Chinese)

[12] 吴大任.微分几何讲义[M].北京:人民教育出版社,1960.

[13] 冯果忱.非线性方程组迭代解法[M].上海:上海科学技术出版社,1989.